Ce travail constitue une base des connaissances requises pour bien démarrer l'année de Terminale générale et pourra faire l'objet d'une évaluation à la rentrée.
Il est conseillé de travailler ce devoir sur les quinze derniers jours du mois d'août.

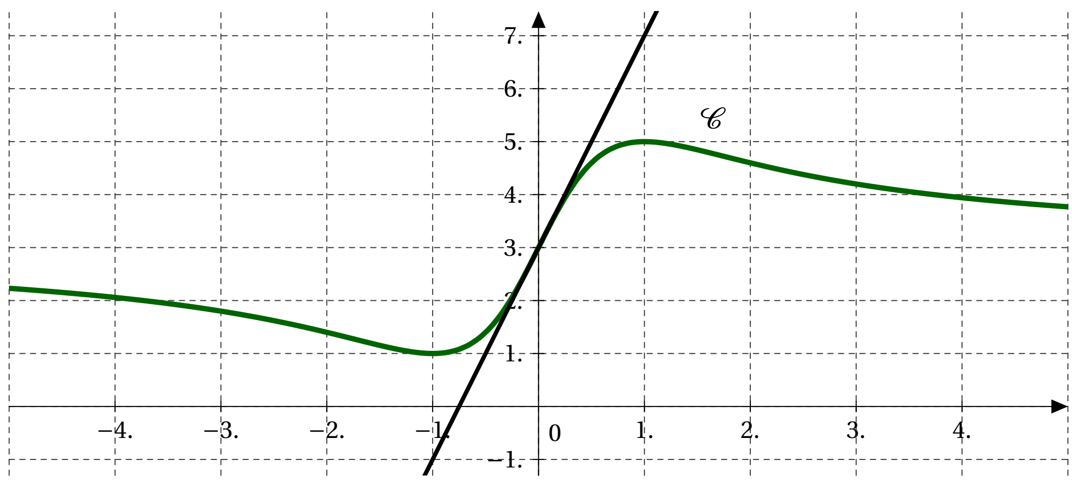
Exercice 1

Soit la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = 4x^2 - 12x - 3$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses.
2. Soit m un réel donné, déterminer, selon les valeurs de m, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$.
3. Étudier la position relative de la courbe $\mathscr{C}$ avec la droite d'équation $y = 4$

Exercice 2

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé, dans le plan muni d'un repère orthogonal, la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ ainsi que sa tangente au point A d'abscisse 0.



1. Déterminer graphiquement $f(0)$ et $f'(0)$.

Pour la suite, on admet que la fonction f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{3x^2 + 4x + 3}{x^2 + 1}$

2. Dériver la fonction f puis établir le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{2x} - 2x$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Déterminer le tableau de variations de f.
3. Montrer que f admet un minimum sur $\mathbb{R}$.
4. En déduire le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.
5. (a) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1.
   (b) Montrer que T passe par le point de coordonnées $(0; -e^2)$.

Exercice 4

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 4$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = -\dfrac{3}{4} u_n + 21$.

On considère la fonction f définie par $f(x) = -\dfrac{3}{4} x + 21$.

1. (a) Calculer u_1 et u_2.
   (b) La suite (u_n) est -elle arithmétique ? est-elle géométrique ?
2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = u_n - 12$.
   (a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique.
   (b) En déduire l'expression de v_n, puis celle de u_n, en fonction de n.
3. On note $S_n = \sum\limits_{i=0}^{n} v_i$ et $\sigma_n = \sum\limits_{i=0}^{n} u_i$.
   (a) Calculer S_n et σ_n en fonction de n.
   (b) En déduire S_{12} et σ_{12}. *Vérifier les résultats à l'aide d'un tableur ou de la calculatrice.*