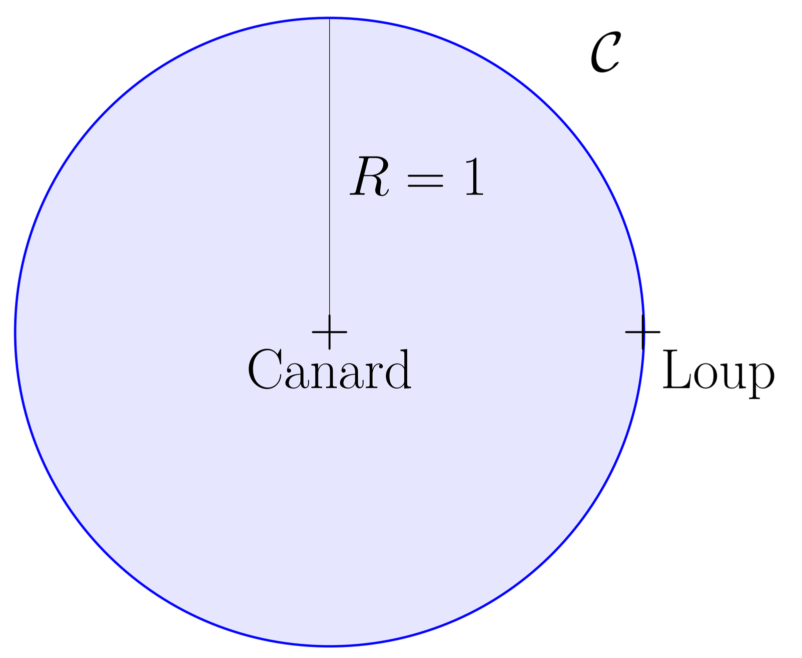
LE CANARD ET LE LOUP

Congrès MATh.en.JEANS 2026 - Saint Étienne

Classe de T^{ale} : ARMAND Pierre, BOULEY Émile, CATEURA Robin, ENTRAYGUES Gabriel, LYTVYN Mariia, MEYER GUÉNÉGO Elie, MONTERNOT Enguerrand, PRÉDINE Louna, REYNIER Mayeul, ROUSSEAU Soren, et classe de 2^{nde} : Mateo HIOLLE - Lycée Ferdinand Buisson (Voiron, 38)
Classe de $3^{ème}$: - Collège Plan Menu (Coublevie, 38)

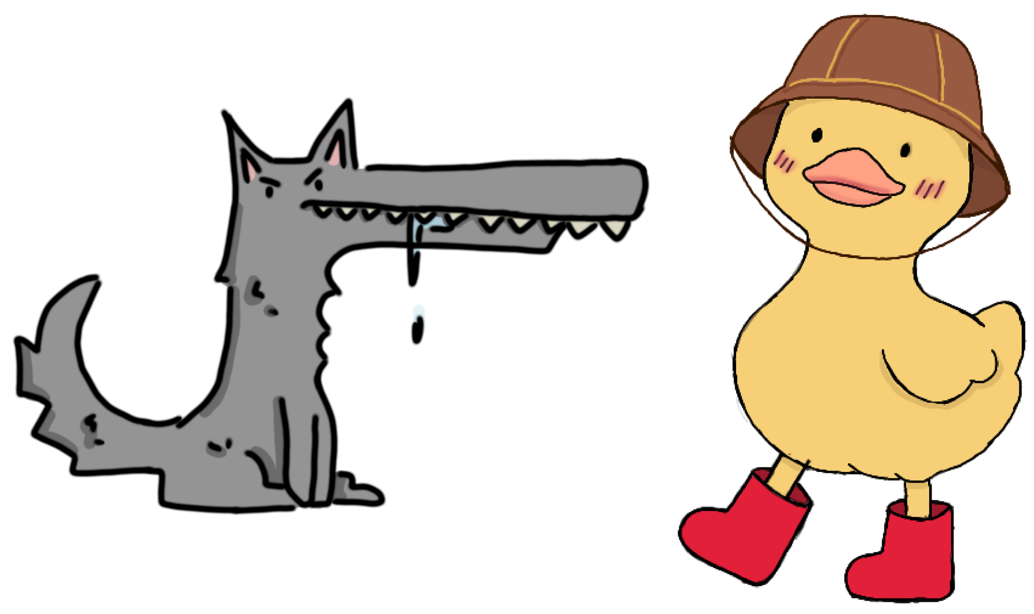
1/ Sujet : Le canard et le loup

Un canard est au centre d'une mare parfaitement circulaire, qu'il peut parcourir librement. Son but est d'atteindre la berge. Malheureusement, un loup rôde autour de la mare et attend pour manger le canard dès que ce dernier aura mis une patte à terre. Le loup ne sait pas nager, mais peut courir tout autour de la mare. Bien sûr, chaque animal ne peut dépasser sa vitesse maximale, mais à part cela, toute tactique de déplacement est envisageable. Quelle est la meilleure stratégie pour chaque animal ? Le canard va-t-il atteindre la berge sans être mangé ?



Notation

- R le rayon de la mare
  On prendra $R = 1$
- V_C la vitesse maximale du canard
- V_L la vitesse maximale du loup



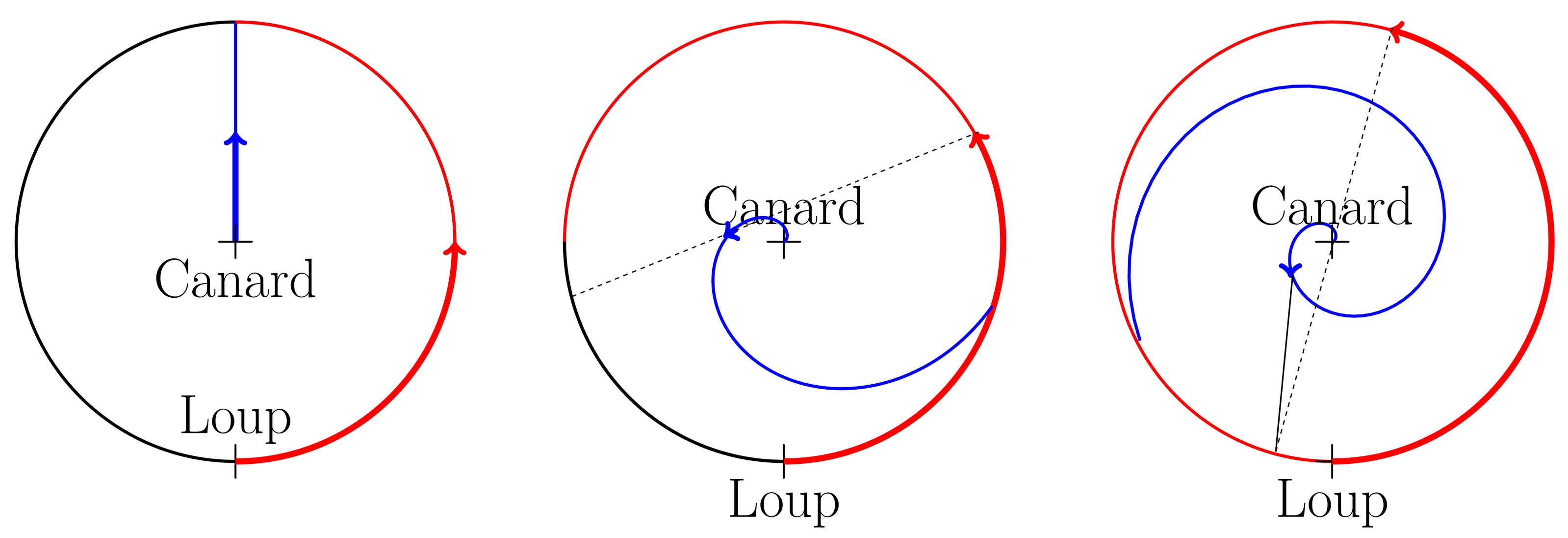
2/ Les premiers résultats

Différentes stratégies du canard et écarts de vitesses

En ligne droite :
En allant tout droit avec $V_C = 1$, le canard gagnera tant que $V_L < \pi$.

Le loup à dos :
Le canard peut décider d'aller dans la direction opposée à celle du loup.

Opposé au loup :
Le canard prend la direction du point diamétralement opposé au loup.

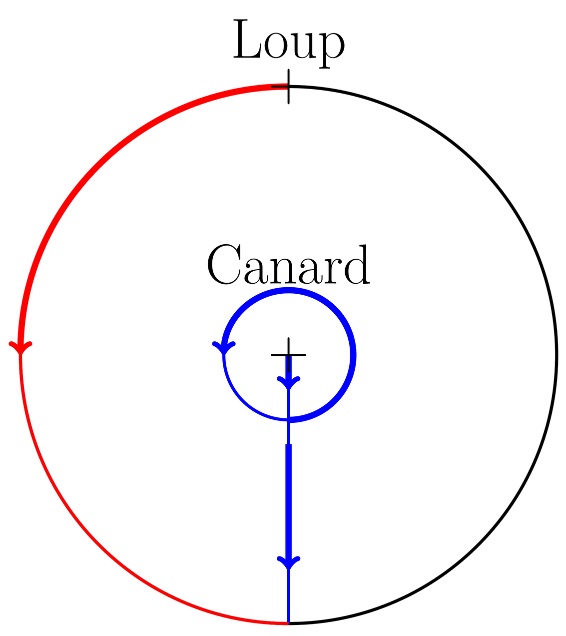


3/ Minimiser la distance à parcourir

Une nouvelle technique :

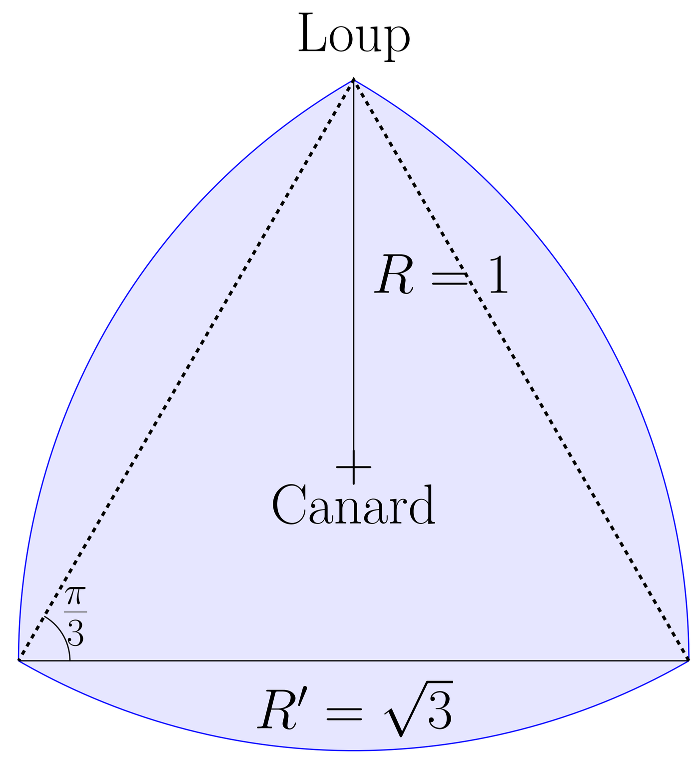
Le canard avance au plus prés d'une distance limite δ. Sur un cercle de rayon δ, le canard effectue un tour complet dans le même temps que le loup. Avant cette distance, il peut donc tourner jusqu'à ce que le loup lui soit diamétralement opposé. Il lui suffit alors d'aller tout droit.

Ici, le canard, de vitesse $V_C = 1$, est gagnant tant que $V_L < \pi + 1$.



4/ Vers une mare plus exotique

On étudie des variantes du problème avec des mares non circulaires, en forme de polygone de Reuleaux.



Définir le périmètre d'un polygone de Reuleaux à n côtés :
Pour $n = 3$, $P = 3 \times Arc = 3 \times (\frac{\pi \times R'}{3})$
Or $R' = \sqrt{3}R$, donc $P = \sqrt{3}\pi$
Pour $n = 2k + 1, \forall k \in \mathbb{N}^*$... venez à notre présentation !

En utilisant la méthode de la distance limite δ pour un triangle de Reuleaux, on obtient que le canard, de vitesse $V_C = 1$ est gagnant tant que $V_L < 1 + \pi \times \frac{\sqrt{3}}{2}$. Cependant, cette valeur limite peut encore être optimisée...
De plus, la stratégie du canard peut changer en fonction du point de départ du loup (sommet ou arête).

Enfin, la vitesse limite du loup, pour laquelle le canard est gagnant, vérifie $V_L \underset{n \to +\infty}{\longrightarrow} (\pi + 1)^+$, qui est la valeur trouvée pour la mare circulaire.

LaTeX TikZposter