DEVOIR DE VACANCES : Vers la Terminale STI2D

Ce devoir de vacances est obligatoire. Il est à rendre à votre enseignant à la rentrée 2023.

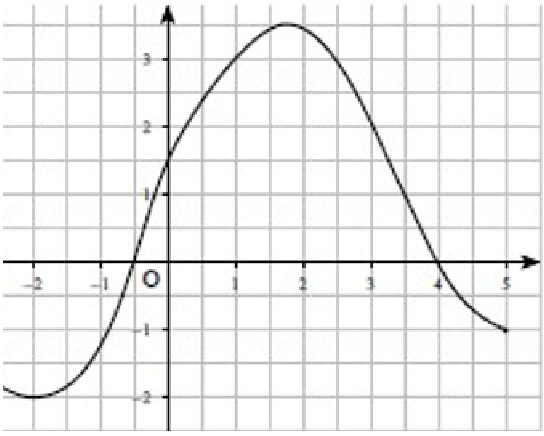
L'exercice 1 est à compléter directement sur le sujet qui sera rendu avec la copie. Les exercices 3 à 5 sont à traiter sur votre copie et seront rédigés avec soin.

La calculatrice est autorisée pour les exercices 3 à 5 uniquement. Le sujet comporte 4 pages.

Exercice 1 (AUTOMATISMES, SANS CALCULATRICE)

Compléter directement sur le sujet. Aucune justification n'est demandée.

	Énoncé	Réponse
1	Diminuer une quantité de 12% revient à la multiplier par :	
2	Un modèle de four a été acheté 1 260 € après une réduction de 30%. Combien coûtait-il avant cette réduction ?	
3	Entre 2018 et 2019 le chiffre d'affaire d'un restaurant est passé de 600 000 € à 612 000 €. Quelle évolution en pourcentage cela représente-t-il ?	
4	Développer $A(x) = -4(-2+3x)^2$.	
5	Factoriser $B(x) = (5x-4) - (5x-4)(x+1)$.	
6	Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x - 5$. 1. Calculer l'image de $-\frac{2}{3}$	
	2. Déterminer les antécédents de 5	
7	Résoudre dans $]-\pi;\pi]$ l'équation $\sin(x) = -\frac{1}{2}$.	
8	Déterminer l'équation réduite de la droite passant par les points $A(0;-1)$ et $B(4;5)$.	
9	Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(1+i)z + 4 = 2i$. Donner la solution sous forme algébrique	
10	Un mobile se déplace sur un cercle de rayon $2,5m$, à une vitesse angulaire de $2rad/s$. Exprimer sa vitesse de déplacement en km/h	

11	On considère la représentation graphique suivante d'une fonction f définie sur $[-2;5]$.  Résoudre graphiquement sur $[-2;5]$ l'inéquation $f(x) \leqslant 3$.	
12	Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation $2(x+1)(x-3) > 0$	
13	On se place dans un repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. Déterminer la valeur de m pour que les vecteurs $\overrightarrow{u}\,(3m;1)$ et $\overrightarrow{v}\,(3;-2)$ soient orthogonaux.	
14	Soient $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs du plan tels que : $\\|\overrightarrow{u}\\| = 2$, $\\|\overrightarrow{v}\\| = 3$ et une mesure de l'angle $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ est $\dfrac{2\pi}{3}$. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$	
15	Calculer la dérivée de la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = 3x^2 + \dfrac{2}{x} + cos(x)$	
16	Calculer la dérivée de la fonction g définie sur $]1;+\infty[$ par $g(x) = \dfrac{2x+3}{x+1}$	
17	Calculer la dérivée de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (3x-1)(5x^2-3)$.	
18	Ecrire sous forme décimale, puis sous forme scientifique le nombre suivant : $A = 3 \times 10^3 + 10^{-1} + 10^{-2}$	
19	Simplifier, pour $a \neq 0$, l'expression suivante $E = \dfrac{a^{-2} \times a^3}{a^{-3}}$	
20	L'aire d'un triangle est donnée par $S = \dfrac{b \times h}{2}$. Exprimer h en fonction de S et b	

Exercice 2

Sur une clé USB de capacité 4 Go, on souhaite stocker les fichiers vidéos suivants.

Fichier	Taille	Durée
Vidéo 1	250 Mo	32 min
Vidéo 2	$1,5$ Go	$1,25$ h
Vidéo 3	$1,5$ Go	1 h 25 min
Vidéo 4	725 000 000 o	2400 s

Pour mémoire :

Go : Giga-octets o : octets ko : kilo-octets Mo : Mega-octets

1. Exprimer, en écriture scientifique, la taille totale des fichiers en octets.

   Puis convertir en Mo.

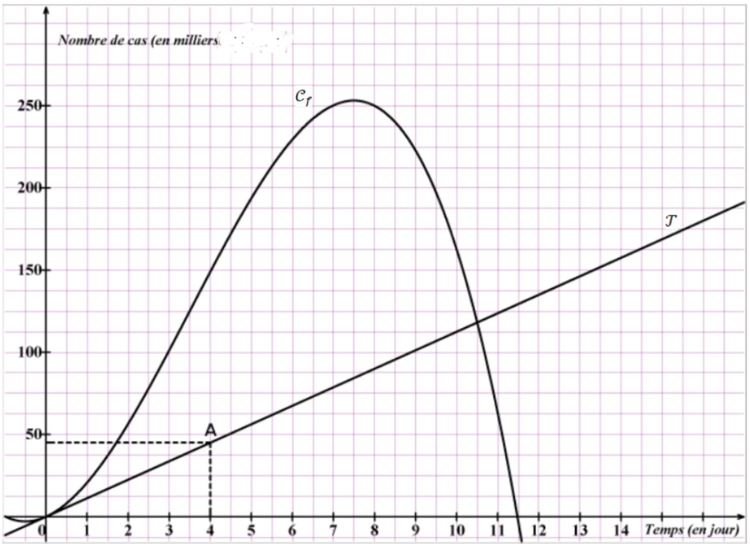
2. La taille de la clé est-elle suffisante pour stocker les 4 fichiers ?

   Quelle est, alors, la durée totale de visionnage en heures.

Exercice 3

Lors d'une épidémie observée sur une période de onze jours, un institut de veille sanitaire a étudié l'évolution du nombre de personnes malades. La durée, écoulée à partir du début de la période, est exprimée en jours. Elle est notée t. On modélise le nombre de cas grâce à la fonction f, où $f(t)$ représente le nombre personnes malades, en milliers, t jours après l'apparition des premiers cas. Soit f' la fonction dérivée de f. Le nombre $f'(t)$ représente la vitesse d'évolution de la maladie, t jours après l'apparition des premiers cas.

On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f, définie sur l'intervalle $[0; 11]$. La droite $\mathcal{T}$ est la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0 et passe par le point A de coordonnées $(4\,;\,45)$.



1. (a) Déterminer par lecture graphique $f'(0)$.

   (b) En déduire l'équation réduite de la tangente $\mathcal{T}$.

2. La fonction f est définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 11]$ par : $f(t) = -t^3 + \dfrac{21}{2}t^2 + \dfrac{45}{4}t$

   (a) Calculer $f'(t)$ pour tout t dans l'intervalle $[0\ ;\ 11]$.

   (b) On admet que, pour tout t dans l'intervalle $[0\ ;\ 11]$, $f'(t) = -3(t + \dfrac{1}{2})(t - \dfrac{15}{2})$.
   Étudier le signe de $f'(t)$ et en déduire le tableau de variation de la fonction f sur $[0\ ;\ 11]$.

   (c) Retrouver par le calcul l'équation réduite de la tangente $\mathcal{T}$.

Exercice 4

Un sac contient trois boules rouges et deux boules jaunes. Une partie consiste à prélever deux boules successivement en replaçant la première boule tirée dans l'urne avant le deuxième tirage.
On définit les événements suivants :

- R_i : « Lors du ième tirage, la boule tirée est rouge »
- J_i : « Lors du ième tirage, la boule tirée est jaune »

1. Représenter cette situation par un arbre de probabilité.

Chaque boule rouge tirée rapporte 2 €. Chaque boule jaune fait perdre 1 €. Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur à l'issue d'une partie.

2. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de la variable aléatoire X :

k	-2	1	...
$P(X=k)$	$0,16$	...	$0,36$

3. Déterminer $P(X>0)$. Interpréter ce résultat.
4. Calculer l'espérance $E(X)$ et interpréter le résultat obtenu.

Exercice 5

L'Europe est une destination privilégiée des touristes internationaux. Le tableau suivant donne l'évolution des recettes issues du tourisme en Europe entre 2014 et 2017, en milliards d'euros.

Année	2014	2015	2016	2017
Recettes (en milliards d'euros)	386,7	421,8	422,6	459,6

Source : Organisation Mondiale du Tourisme

1. Calculer le taux d'évolution du montant des recettes issues du tourisme en Europe entre 2014 et 2015. On donnera le résultat sous la forme d'un pourcentage et on arrondira le résultat à 0,1% près.

On supposera, dans la suite de l'exercice, que depuis 2017 les recettes issues du tourisme en Europe augmentent de 4,5 % par an.

2. Pour tout entier naturel n, on note u_n le montant des recettes issues du tourisme en Europe en $2017+n$ exprimé en milliards d'euros. On a ainsi $u_0 = 459,6$.
   (a) Justifier que $u_1 = 480,3$ et calculer u_2 en arrondissant la valeur au dixième.
   (b) Justifier que la suite (u_n) est géométrique. Donner sa raison.
   (c) Calculer l'estimation des recettes issues du tourisme en Europe en 2022. On donnera le résultat en milliards d'euros arrondi au dixième.
3. (a) Recopier et compléter la fonction en langage Python donnée ci-dessous qui calcule le nombre d'années nécessaires, à partir de 2017, pour que les recettes issues du tourisme en Europe dépassent les 550 milliards d'euros.

```
def nombre_années():
    n = 0
    u = 459.6
    while .......:
        n = n+1
        u = ......
    return(n)
```

   (b) En quelle année les recettes du tourisme en Europe dépasseront-elles les 550 milliards d'euros ?